# Olimpiada Naţională de Matematică
# - etapa judeţeană - 17.04.2010
## Clasa a VI-a

Varianta 2

**SUBIECTE**:

**1.** **a**) Dacă a, b, c, d sunt cifre nenule în baza zece astfel încât $\overline{ab}+\overline{bc}+\overline{ca}=\overline{dd}$, atunci $\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}=\overline{ddd}$. *G.M.* 11/2009

**b**) Arătaţi că fracţia $\dfrac{n(n+2008)(n+2009)+2010}{2^{n+3}\cdot 5^{n}+1}$ este reductibilă, oricare ar fi n $\in \mathbb{N}$

*prof. Octavian Stroe, Piteşti*

**2.** **a**) Calculaţi suma: $\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+...+\dfrac{1}{2009\cdot 2010}$.

**b**) Să se demonstreze inegalitatea: $\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{4^2}+\dfrac{1}{6^2}+...+\dfrac{1}{2010^2}<1$.

*prof. Ion Roşu, Şcoala Dobrogostea*

**3.** Se consideră două unghiuri adiacente $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle BOC$ de măsuri 108° respectiv 68°. Semidreptele [*OM*, [*ON* şi [*OP* sunt bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$ respectiv $\sphericalangle MON$. Pe semidreapta opusă lui [*OP* considerăm un punct *P′*, iar în interiorul $\sphericalangle AOP'$ alegem un punct *B′* astfel încât m($\sphericalangle B'OP'$) = 10°. Să se arate că punctele *B, O, B′* sunt coliniare. *G.M.* 12/2009

**4.** În interiorul triunghiului ABC se consideră un punct M astfel încât $\dfrac{m(\widehat{MBC})}{m(\widehat{ABC})}=\dfrac{m(\widehat{MCB})}{m(\widehat{ACB})}=\dfrac{1}{3}$ şi punctele *P* şi *Q* pe laturile *AB*, respectiv *AC* astfel încât [*BP*] ≡ [*BM*] şi [*CQ*] ≡ [*CM*]. Bisectoarele unghiurilor *ABM* şi *ACM* se intersectează în punctul *S*.

**a**) Arătaţi că [*SM* este bisectoarea unghiului *BSC*.

**b**) Arătaţi că triunghiul *MPQ* este isoscel.

*prof. Octavian Stroe, Piteşti*



**Notă**:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.